Matrix invertieren

Spickzettel Aufgaben Lösungen PLUS Lernvideos

Die Inverse einer Matrix A ist die Matrix A^{-1} sodass folgendes gilt:

$$\boxed{A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I}$$

Wobei I die Einheitmatrix der entsprechenden Dimension ist, also eine Matrix, die auf der Hauptdiagonalen nur 1 und sonst nur 0 als Einträge besitzt. Für 3×3 ist also $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Für 2×2 ist $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Für die Berechnung der Inversen gibt es im zweidimensionalen und dreidimensionalen Fall eine Formel:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{det(A)} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{det(A)} \cdot \begin{pmatrix} ei-fh & ch-bi & bf-ce \\ fg-di & ai-cg & cd-af \\ dh-eg & bg-ah & ae-bd \end{pmatrix}$$

Für alle Matrizen kannst du die Inverse auch mit Hilfe des **Gauß'schen Eliminierungsverfahrens** berechnen. Wende das Verfahren dazu auf die Matrix $A \mid I$ an, so lange bis links I steht. Die Matrix, die dann auf der rechten Seite steht ist A^{-1}.